

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE
rok szkolny 2014/2015



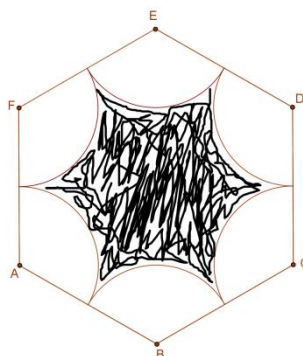
1. Oblicz ile jest liczb całkowitych n , dla których liczba $\frac{n+4}{n+3}$ jest całkowita?
2. Wskaż dla jakiego n liczba postaci $4^n - 1$ jest liczbą pierwszą, gdzie n jest liczbą całkowitą?
3. Turniej szachowy rozgrywany jest systemem „każdy z każdym”. Liczba rozegranych partii w tym turnieju mogła być równa:
a) 12 b) 15 c) 20 d) 36
4. W pewnej rodzinie jest pięć dziewczynek: Ania, Basia, Celina, Danusia i Ela. Rodziły się w podanej kolejności co trzy lata. Najstarsza Ania jest 7 razy starsza od najmłodszej Eli. Ile lat ma Celina?
5. W Polsce jest kilka świąt stałych (w nawiasach podano, który to dzień roku nieprzestępnego): Nowy Rok (1), Święto Pracy (121), 3 Maja (123), Wniebowzięcie NMP (227), Wszystkich Świętych(305), Święto Niepodległości(315), Boże Narodzenie (359 i 360). Sprawdź, które ze zdań są prawdziwe:
a. Dwa z tych świąt wypadną w ten sam dzień tygodnia
b. Każde z tych świąt wypadnie w inny dzień tygodnia
c. 1 stycznia wypadnie we wtorek, a 25 grudnia wypadnie w środę
d. Żadne ze świąt nie wypadnie w sobotę ani w niedzielę
6. Ile rozwiązań ma równanie $(x-1)(x-5)\sqrt{4-x^2} = 0$?
7. Joasia wybrała sobie takie dwie dodatnie liczby całkowite, że ich największy wspólny dzielnik jest równy 21, a najmniejsza wspólna wielokrotność jest równa 210. Jakie liczby wybrała Joasia?
8. Pierwszy kran napełnia basen w ciągu 2 godzin, a drugi w ciągu 4 godzin. Basen opróżnia się przez otwór spustowy w ciągu 3 godzin. Pracownik zapomniał zakręcić otwór spustowy i rozpoczął napełnianie pustego basenu jednocześnie odkręcając oba krany. Jak długo będzie napełniał się ten basen?
9. W klasie znajdowała się pewna liczba uczniów. Ich średni wiek równy był ich liczbie. Gdy do klasy wszedł 55-letni nauczyciel, okazało się, że nadal średni wiek osób znajdujących w klasie był równy liczbie osób tam przebywających. Ilu uczniów było w klasie?
10. Z każdym użyciem kostka mydła zmniejsza swoją objętość o 10%. Jaka jest najmniejsza liczba użyć, po których zostanie mniej niż połowa kostki?
11. Płytką ze szkła akrylowego zmniejsza natężenie światła przechodzącego przez nią o 20%. O ile zmniejszy się natężenie światła, jeśli przepuścimy je przez dwie takie płytki nałożone na siebie?
12. Rolnik Franciszek w poniedziałek rano zabronował połowę pola, a pod wieczór zabronował jeszcze 4 ha tego pola. We wtorek zabronował $\frac{1}{3}$ pozostałej części pola. W środę Franciszek skończył bronować ostatni 8-hektarowy fragment pola. Jaka była powierzchnia tego pola?

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE
rok szkolny 2014/2015



13. Stado liczy dziesięć kóz w różnym wieku. Pierwsza koza zjada balot siana w jeden dzień, druga - w dwa dni, trzecia - w trzy dni itd. Każda następna koza zjada balot siana o dzień dłużej, tak że dziesiąta koza zjada go w dziesięć dni. Ile czasu będą jadły balot siana dwie pierwsze kozy razem? Ile czasu zajmie to wszystkim pozostałym kozom razem?
14. 20% pewnej mieszanki stanowi woda. Po dolaniu 10 litrów wody stanowi ona 25% mieszanki. Jaką objętość miała na początku ta mieszanka?
15. Iglica należy do najbardziej charakterystycznych punktów Wrocławia. Zaprojektował ją profesor Stanisław Hempel na Wystawę Ziem Odzyskanych w 1948 roku. Iglica ma 96 metrów wysokości, wykonana została ze stali i waży 44 tony. Ile będzie ważył model Iglicy wykonany z takiego samego materiału i geometrycznie do niej podobny o wysokości 24 cm?
16. Podczas apelu po jednej stronie korytarza ustawiło się o 35% więcej uczniów niż po drugiej, więc 45% z nich przeszło na drugą stronę. Ile co najmniej uczniów brało udział w apelu?
17. Ile wynosi iloczyn podwojonej sumy liczb 5 i 7 oraz różnicy ich iloczynu i ilorazu powiększonego o 6 pomniejszony o 10%?
18. Agnieszka jest abonentką sieci PLUS. Zwykle zostawia telefon włączony. Jeżeli telefon jest włączony, ale Agnieszka go nie używa, bateria wystarcza na 24 godziny. Jeżeli telefon jest stale w użyciu, bateria wystarcza na 3 godziny. Od ostatniego ładowania upłynęło 9 godzin a telefon był używany w tym czasie przez 60 minut. Jeżeli Agnieszka zostawi telefon włączony, ale nie będzie go używać, to na ile czasu jeszcze wystarczy bateria ?
19. Zmieszano dymiący kwas azotowy 99-procentowy i stężony kwas azotowy 69,2-procentowy w stosunku 3:2. Ile procent wynosiło stężenie tej mieszaniny?
20. Obwód trójkąta prostokątnego wynosi 18. Suma kwadratów długości wszystkich trzech jego boków jest równa 128. Ile wynosi pole tego trójkąta?
21. Wielokąt ABCDEF jest sześciokątem foremnym i jego obwód równy jest 36. Każdy wierzchołek sześciokąta jest środkiem okręgu o promieniu równym połowie długości boku. Ile jest równy obwód zacieniowanej figury?

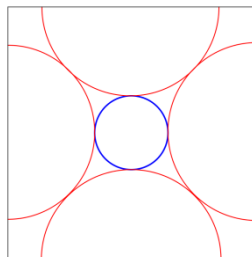


„W POGONI ZA INDEKSEM”

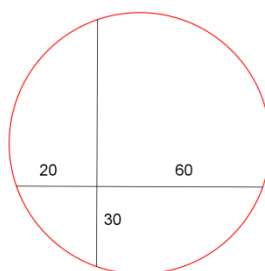
ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE
rok szkolny 2014/2015



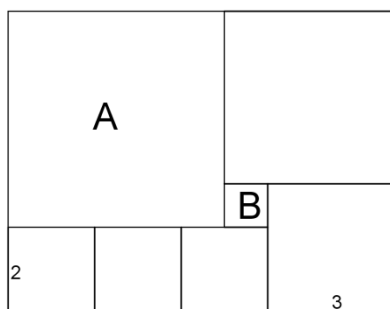
22. Promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny jest równy 2, a promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy 6,5. Oblicz obwód tego trójkąta.
23. Rysunek przedstawia kwadrat, cztery półokręgi o środkach w środkach boków kwadratu i promieniu 1 oraz mały okrąg styczny do czterech półokręgów. Jaka jest długość promienia małego okręgu?



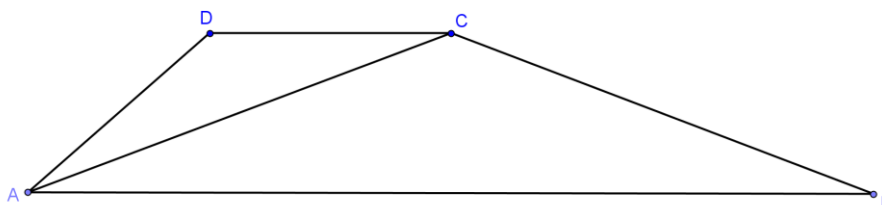
24. Pływając po jeziorze w kształcie koła znalazłem się w miejscu, z którego, aby osiągnąć brzeg płynąc na zachód, wschód, południe, muszę pokonać dystans odpowiednio 20m, 60m, 30m. Ile metrów do brzegu muszę pokonać płynąc w kierunku północnym?



25. Figura na rysunku poniżej, składa się z 7 kwadratów. Kwadrat A ma największe pole, a kwadrat B- najmniejsze. Długości boków dwóch spośród siedmiu kwadratów zostały podane. Iloma kwadratami typu B można wypełnić całkowicie kwadrat A?



26. W trapezie ABCD, w którym $AD \parallel BC$, zachodzą równości $|AB| = |BC|$, $|AC| = |CD|$ oraz $|BC| + |CD| = |AD|$. Wyznacz kąty tego trapezu.



27. Dane są dwa okręgi styczne zewnętrznie i prosta styczna do nich zewnętrznie. Wykaż, że otrzymane w ten sposób punkty styczności są wierzchołkami trójkąta prostokątnego.
28. Karton o pojemności 1litra jest częściowo wypełniony sokiem. Gdy stoi na ścianie o najmniejszym polu, poziom soku sięga do wysokości 8cm, gdy na średniej ścianie – sok osiąga poziom 4cm, gdy zaś na największej – sok sięga do wysokości 2cm. Jaka jest objętość soku w kartonie?
29. W sześcianie o krawędzi 12 cm wybrano trzy krawędzie parami skośne. Oblicz pole trójkąta o wierzchołkach w środkach tych krawędzi.
30. Najdłuższy odcinek łączący środek krawędzi sześcianu z jego wierzchołkiem ma długość 15cm. Oblicz objętość tego sześcianu.
31. Podstawą graniastoslupa prostego jest n -kąt foremny, a wszystkie jego ściany boczne są kwadratami. Niech K_n oznacza liczbę krawędzi takiego graniastoslupa, a S_n – liczbę jego ścian. Ile wynosi :
- $K_{15} \cdot S_{15} =$
 - $K_{10} \cdot S_{10} =$
32. Liczby a i b są takie , że $a+b=5$ i $ab=3$. Wykaż, że: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{5}{3}$
33. Wykaż, że jeżeli liczby naturalne m i n spełniają warunek $m-n=2$, to liczba $mn+1$ jest kwadratem liczby naturalnej.
34. Mamy dane wyrażenie: $(x-1)(x-2)(x-3).....(x-99)(x-100)$
- Oblicz wartość wyrażenia dla $x=13$
 - Podaj wszystkie rozwiązania równania: $(x-1)(x-2)(x-3).....(x-99)(x-100) = 0$

LITERATURA:

„Na olimpijskim szlaku” zadania dla kółek matematycznych w szkołach podstawowych i gimnazjach H.Pawłowski,
 „Liga zadaniowa”- zbiór zdań dla uczniów zainteresowanych matematyką Z.Bobiński, P. Nodzyński, M.Uscki
 „Koło Matematyczne w Gimnazjum”- Z. Bobiński; P. Nodzyński; M. Uscki