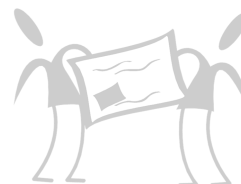


POWIATOWY KONKURS MATEMATYCZNY SZKÓŁ GIMNAZJALNYCH

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE

rok szkolny 2013/2014

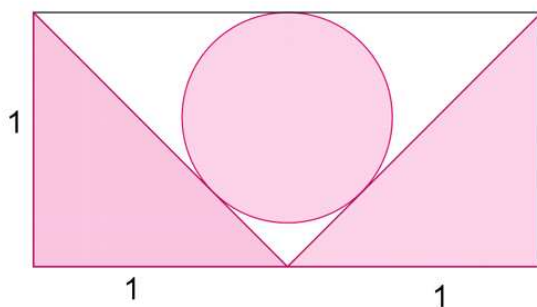


1. Adrian jest bratem Natali, która ma 15 lat i pasjonuje się liczbami: podzieliła wiek Adriana przez wiek babci Grażyny, otrzymując rozwinięcie dziesiętne okresowe $0,15151515\dots=0,(15)$ i zadała pytanie : ile lat może mieć Adrian?
2. Jaką wartość ma wyrażenie $(s-3)^2$, jeżeli $s^2 -6s + 5 = 0$?
3. Niech S_n oznacza sumę dziesięciu początkowych wielokrotności liczby n ($n \geq 1$); np. $S_2=2+4+6+8+10+12+14+16+18+20$. Oblicz sumę $S_1+S_2+S_3+\dots+S_{10}$.
4. Ile jest liczb całkowitych podzielnych przez 5 lub 7 i mniejszych lub równych 1000?
5. Rozwiąż równanie:
$$\frac{x+1}{1} + \frac{x+2}{2} + \frac{x+3}{3} + \dots + \frac{x+2008}{2008} = 2008$$
6. Leszek wyszedł z domu, mając w kieszeni pewną liczbę złotych i pięciozłotówek, razem kwotę większą a od 140 zł, a mniejszą od 150 zł. Wydał третią część posiadanej kwoty. Pozostało mu tyle złotych, ile miał pięciozłotówek, ile przedtem miał złotych? Jaką kwotę dysponował Leszek wychodząc z domu?
7. Dwunastu ludzi niesie 12 chlebów. Każdy mężczyzna niesie 2 chleby, każda kobieta po $\frac{1}{2}$ chleba, dziecko po $\frac{1}{4}$ chleba. Ilu było mężczyzn, ile kobiet a ile dzieci?
8. Znajdź pary liczb (x,y) naturalnych spełniających równanie $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$
9. Napisz liczbę trzycyfrową, której cyfrą jedności jest a , cyfra dziesiątek jest o 1 większa od cyfry jedności, cyfra setek zaś jest o 2 większa od cyfry jedności. Uzasadnij, że ta liczba jest podzielna przez 3 .
10. Cyfrą setek i cyfrą dziesiątek liczby czterocyfrowej m jest 0. Przez jaką liczbę jest podzielna suma liczby m i liczby otrzymanej z m w wyniku przestawienia jej skrajnych cyfr?
11. Jacek zbierał w skarbonce monety. Gdy skarbonka była pełna, przeliczył zebrane pieniądze. Okazało się, że zebrał a dwudziestogroszówek, oraz w porównaniu z tą liczbą o 15 sztuk więcej dziesięciozłotówek i 4 razy więcej złotych, a ponadto o 8 sztuk mniej pięciozłotówek niż złotych. Innych monet w skarbonce nie było. Ile pieniędzy miał Jacek w skarbonce?
12. Wykaż, że liczba $x = 3^{24} - 11^3$ jest podzielna przez 10.
13. Każdy z 25 uczniów uczy się języka angielskiego lub francuskiego a 7 obu tych języków. Angielskiego uczy się o 8 osób więcej niż francuskiego. Ilu uczniów uczy się angielskiego a ilu francuskiego?

14. Rozwiąż układ równań
$$\begin{cases} x + y - z = -10 \\ x - y + z = 4 \\ x + z = 4 \end{cases}$$

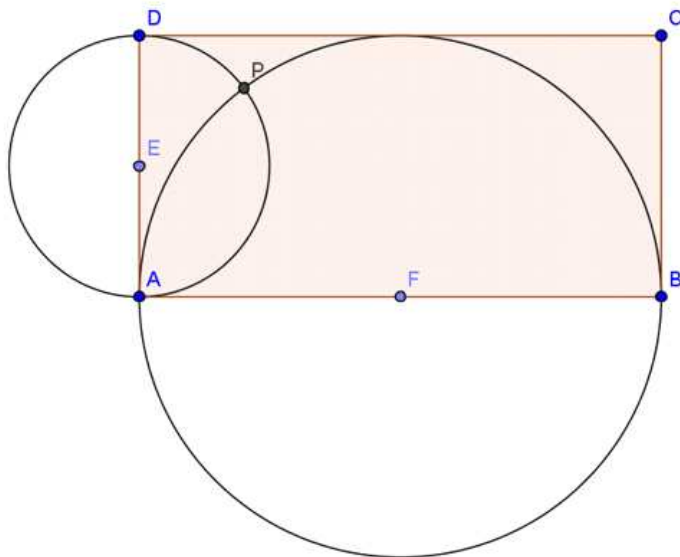
$\frac{2}{3}$

15. Skoszona trawa zawiera $\frac{2}{3}$ wody. Przechowywane w stodole siano posiada już tylko 20% wody. Ile kilogramów siana można uzyskać z 1,2 tony skoszonej trawy?
16. Trzej chłopcy podzielili między siebie 770 cukierków, dzieląc je proporcjonalnie do swego wieku. Na każde trzy wzięte przez Antosia, Bartek wziął cztery, a na każde siedem wziętych przez Czarka, Bartek wziął sześć. Ile cukierków otrzymał najmłodszy z chłopców?
17. Do beczki napełnionej w 35% wodą dolano 12 litrów wody i okazało się, że jest ona napełniona w 60 %. Ile wynosi pojemność beczki ?
18. Cena brutto kolorowej odbitki ksero wynosi 3,05 zł. W cenę tę wliczony jest 22% podatek VAT. Przy zamówieniu większym niż 100 odbitek klient dostaje pewien rabat liczony od ceny netto (bez podatku VAT) zamówienia. Ile procent wynosi rabat, jeżeli za 150 odbitek zapłacono 411,75 zł?
19. W lesie było siedem mrowisk. W każdym mieszkała ta sama liczba mrówek. W poniedziałek połowa mrówek z. pierwszego mrowiska przeszła do drugiego, we wtorek połowa mrówek z drugiego mrowiska przeszła do trzeciego, w środę połowa z trzeciego przeszła do czwartego, w czwartek połowa z czwartego przeszła do piątego, w piątek połowa z piątego przeszła do szóstego, w sobotę połowa z szóstego przeszła do siódmego, w niedzielę połowa z siódmego przeszła do pierwszego. W pierwszym mrowisku jest teraz o 630 mrówek więcej niż na początku. Ile było początkowo mrówek w każdym mrowisku?
20. W schronisku dla zwierząt była taka sama liczba psów, co kotów. Trzecia część liczby psów i połowa liczby kotów znalazła opiekunów. Po sześć psów i jednego kota zgłoszą się właściciele i wtedy w schronisku będzie więcej kotów niż psów. Ile psów mogło znajdować się w schronisku na początku?
21. Pewien mężczyzna przeżył 90 lat. Rok jego urodzenia różni się od roku śmierci jedynie kolejnością dwóch środkowych cyfr. Iloczyn cyfr roku urodzenia jest równy 72. W którym roku urodził się ten mężczyzna? Rozważ wszystkie możliwe przypadki. Przedstaw swoje rozumowanie.
22. Ile wynosi pole pokolorowanego obszaru?



23. Oblicz pole figury, którą tworzą wszystkie punkty należące do kwadratu opisanego na okręgu o promieniu 1, które nie należą do kwadratu wpisanego w ten okrąg.
24. Liczba przekątnych pewnego wielokąta jest równa liczbie jego boków. Ile boków ma ten wielokąt?

25. Wiadomo, że w rombie o polu równym 12cm^2 długości przekątnych c, d spełniają warunek $\frac{2}{3}c$. Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w ten romb.
26. Oblicz pole części wspólnej kwadratu o boku 4, którego środek jest punktem $(0, 0)$, a boki są równoległe do osi układu współrzędnych, i trójkąta ABC , jeśli $A(-3, -1)$, $B(2, -1)$ i $C(1, 5)$.
27. Dany jest prostokąt $ABCD$. Okręgi o średnicach AB i AD przecinają się w punktach A i P (jak na rysunku). Wykaż, że punkty B, P i D leżą na jednej prostej.



28. Punkty P, Q, R, S są środkami odpowiednio krawędzi AD, CD, BC, AB czworokąta $ABCD$. Wykaż, że punkty P, Q, R i S są wierzchołkami równoległoboku.
29. Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 16 cm , a krawędź boczna 10 cm . Wydłużamy wszystkie krawędzie boczne tego ostrosłupa o 70% . O ile procent zwiększy się jego pole powierzchni bocznej?
30. Sok wyciśnięty z obranego ze skórki grejpfruta to 80% jego objętości. Sokiemy tym napełniono dwa puchary w kształcie stożka o promieniu podstawy 5 cm i wysokości 6 cm . Oblicz średnicę obranego ze skórki grejpfruta. Podaj wynik przybliżony.
31. Bartek schował swoją starą kolekcję samochodzików do kartonowego pudełka w kształcie prostopadłościanu. Pudełko jest stare, więc chłopiec postanowił ozdobić je od zewnątrz materiałem. Pary równoległych ścian okleił materiałem tego samego koloru, a podstawę pudełka szarym płótnem. Na oklejenie par ścian zużył odpowiednio 126 cm^2 i 112 cm^2 kolorowego materiału. Do oklejenia jednej podstawy tego pudełka potrzebował 72 cm^2 płótna. Jaką pojemność ma pudełko?
32. Do zbiornika w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 20 dm , 10 dm i 10 m wiano 5000 litrów mleka o zawartości $3,4\%$ tłuszczu, resztę dopełniono mlekiem o zawartości $4,2\%$ tłuszczu. Ile procent tłuszczu zawiera mleko w zbiorniku?

LITERATURA:

„Na olimpijskim szlaku” zadania dla kółek matematycznych w szkołach podstawowych i gimnazjach
H.Pawłowski,

„Liga zadaniowa”- zbiór zdań dla uczniów zainteresowanych matematyką Z.Bobiński, P. Nodzyński, M.Uscki

„Koło Matematyczne w Gimnazjum”- Z. Bobiński; P. Nodzyński; M. Uscki