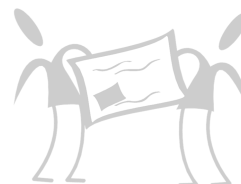


POWIATOWY KONKURS MATEMATYCZNY SZKÓŁ GIMNAZJALNYCH

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE – ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI

rok szkolny 2013/2014



1. Ponieważ $0,(15) = 15/99$ więc Adrian może mieć 15 lat ale $15/99 = 5/33$ tego wyniku nie możemy przyjąć, ale $5/33 = 10/66$ więc stwierdzamy, że Adrian może mieć 10 lat.
Odp. Adrian ma 10 lub 15 lat.

2. Odp 4

3. Odp. 3025

4. $1000 = 200 \cdot 5 + 0$ $1000 = 142 \cdot 7 + 6$ $200 + 142 = 342$ ale musimy odjąć $35 = 5 \cdot 7$
 $1000 = 28 \cdot 35 + 20$ Ostatecznie $342 - 28 = 314$
Odp. 314

5. Odp. 0

6. odp $14 \cdot 1 + 26 \cdot 5 = 144$ zł

7. x- mężczyźni, y-kobiety, z-dzieci
 $x + y + z = 12$

$$2x + 1/2y + 1/4z = 12 \quad \text{to } x = \frac{36 - y}{7} \quad \text{z tego mamy, że } y = 1 \text{ lub } y = 8 \text{ lub } y = 15 \text{ lub } y = 22 \text{ lub } y = 29.$$

po odrzuceniu 15, 22, 29, 8 otrzymujemy $y = 1, x = 5, z = 6$

Odp. Jedna kobieta, pięciu mężczyzn i sześcioro dzieci.

8. Przekształcamy równanie do postaci $(x-3)(2y-3)=9$

Odp (x,y): (6,3), (4,6), (12,2)

9. Liczba ma postać $100(a + 2) + 10(a + 1) + a = 111a + 210 = 3(37a + 70)$. Jest to liczba podzielna przez 3.

10. $m = 1000a + b$ $1000a + b + 1000b + a = 1001a + 1001b = 1001(a + b)$

Suma liczb jest podzielna przez 1001

11. Ilość zebranych pieniędzy to: $20a + 10(a + 15) + 5(4a - 8) + 1 \cdot 4a = (54a + 110)$ zł.

12. $a + f = 25 - 7$, $a = f + 8$, $2f + 8 = 18$, stąd $f = 5$, $a = 13$. Fran. $5 + 7 = 12$, ang. $13 + 7 = 20$. Ang. = 20, fran. = 12. Jednego języka uczy się 18 osób

13. -----

14. $x = -3$, $y = 0$, $z = 7$

15. Zarówno skoszona trawa jak i siano składa się z dwóch części:

- Części roślinnej (bez wody)
- Wody

$\frac{2}{3}$

wody, czyli $\frac{1}{3}$ wagi skoszonej trawy, to **część roślinna**.

Siano posiada 20% wody, czyli **część roślinna** stanowi 80% siana.

$\frac{1}{3} * 1,2 \text{ tony} = 400 \text{ kg}$ - **część roślinna**

x- waga siana

$80\% * x = 400$

$x = 500 \text{ kg}$

Odp. Można uzyskać 500 kg siana.

16. I sposób

Bartek jest starszy od Antosia $\frac{4}{3}$ razy, a Czarek od Bartka $\frac{7}{6}$ razy, więc starszy od

Antosia $\frac{4}{3} * \frac{7}{6} = \frac{14}{9}$ razy. Najmłodszy jest Antoś.

Oznaczmy przez x liczbę cukierków Antosia, Bartek wziął $\frac{4}{3}x$, a Czarek $\frac{14}{9}x$

$x + \frac{4}{3}x + \frac{14}{9}x = 770$

$x = 198$

II sposób

Ustalamy proporcję:

Antoś	Bartek	Czarek
3	4	
	6	7
NWW(4,6)=12		
9	12	14

Stąd:

$9x + 12x + 14x = 770$

$35x = 770$

$x = 22$

Antoś: $9 * 22 = 198$

17. 25% beczki = 12 l

100% beczki = 48 l

Odp. Pojemność beczki wynosi 48 litrów.

18. x-liczba procentów rabatu

n- cena netto jednej odbitki

$1,22 n = 3,05$

$n = 2,50 \text{ zł}$

$3,05 * 150 - x\% * 150 * 2,5 = 411,75$

$x = 12,2\%$

Odp. Rabat wynosi 12,2%

19. x- początkowa liczba mrówek w każdym mrowisku

Nr mrowiska/dzień tygodnia	1	2	3	4	5	6	7
Poniedziałek	$\frac{1}{2}x$	$\frac{3}{2}x$					
Wtorek			$1\frac{3}{4}x$				
Środa				$1\frac{7}{8}x$			
Czwartek					$1\frac{15}{16}x$		
Piątek						$1\frac{31}{32}x$	
Sobota							$1\frac{63}{64}x$
niedziela	$\frac{1}{2}x + \frac{127}{128}x$						

$$\frac{1}{2}x + \frac{127}{128}x = x + 630$$

$$X = 1280$$

Odp. Początkowo w każdym mrowisku było 1280 mrówek.

20. x- liczba psów

x- liczba kotów

$$\frac{2}{3}x - 6 < \frac{1}{2}x - 1$$

$$x < 30$$

Liczba psów lub kotów musi być mniejsza od 30 i podzielna przez 2 i przez 3.

Zatem może to być 24, 18, 12.

21. 1 - cyfra tysięcy

x – cyfra setek

y – cyfra dziesiątek

z – cyfra jedności

$$xyz = 72$$

$$100y + 10x + z - (100x + 10y + z) = 90$$

$$90y - 90x = 90 \quad / : 90$$

$$y = x + 1$$

Dzielniki liczby 72, to: 1, 72, 2, 36, 3, 24, 4, 18, 6, 12, 8, 9. Ponieważ mamy do czynienia z cyframi – ze zbioru dzielników wybieramy te liczby, które są liczbami mniejszymi od 10. Są to: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9.

Warunek, aby liczby te różniły się o jeden ($y = x + 1$) spełniają następujące pary: 3 i 4, 8 i 9. Szukamy trzeciej liczby z, będącej innym dzielnikiem liczby 72:

- dla pary 3 i 4 mamy $72 : (3 \ 4) = 72 : 12 = 6$,

- dla pary 8 i 9 mamy $72 : (8 \ 9) = 72 : 72 = 1$.

Mamy zatem dwie pary liczb: 1346 i 1436 oraz 1891 i 1981.

Ten człowiek urodzić się mógł albo w roku 1346 albo w 1891.

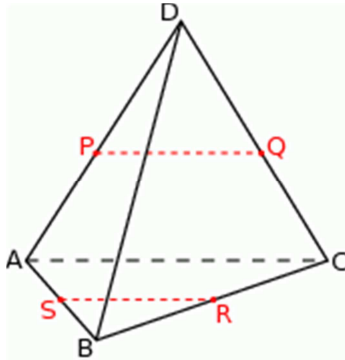
$$22. \pi(3 - 2\sqrt{2}) + 1$$

$$23. 2$$

$$24. 5$$

$$25. r = \frac{6\sqrt{13}}{13}$$

26. 10,5
27. -----
28.



Zauważmy, że odcinek PQ łączy środki boków w trójkącie ACD , czyli jest równoległy do krawędzi AC i $PQ = \frac{AC}{2}$. Analogicznie, odcinek SR łączy środki boków w trójkącie ABC , czyli jest równoległy do AC i $SR = \frac{AC}{2}$. W takim razie odcinki PQ i SR mają równe długości i są równoległe (bo oba są równoległe do AC), czyli czworokąt $PQRS$ jest równoległobokiem.

29. Z tw. Pitagorasa wysokość ściany bocznej $h_s = 6\text{cm}$

$$P_{b1} = 3 \cdot \frac{1}{2} 16 \cdot 6 = 144\text{cm}^2$$

Krawędzie boczne po wydłużeniu mają długość 17cm, więc wysokość ściany bocznej wynosi 15cm.

$$P_{b2} = 3 \cdot \frac{1}{2} 16 \cdot 15 = 360\text{cm}^2$$

$$P_{b2} - P_{b1} = 216\text{cm}^2$$

$$\frac{216}{144} 100\% = 150\%$$

- 30.

$$2V_s = 2 \cdot \frac{1}{3} 3,14 \cdot 5^2 \approx 52,3\text{cm}^3$$

$$0,8V = 52,3$$

$$V \approx 77,9\text{cm}^3$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot r^2 \approx 77,9$$

$$r \approx 8,6\text{cm} \text{ czyli } 2r \approx 17,2\text{cm}$$

31. Pole jednej ściany $126:2 = 63\text{cm}^2$

$$\text{Pole jednej ściany } 112:2 = 56\text{cm}^2$$

Długość jednej krawędzi jest wspólnym dzielnikiem liczb 63 i 56 i wynosi 7cm

$$V = 72 \cdot 7 = 504\text{cm}^3$$

32. $V_z = 20000\text{l}$

$$3,4\% 5000 = 170\text{l tłuszczu}$$

$$4,2\% 15000 = 630\text{l tłuszczu}$$

$$\frac{800}{20000} 100\% = 4\% \text{ mleko w zbiorniku}$$