

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE
rok szkolny 2015/2016

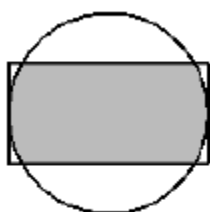
1. Sprawdź, czy $\sqrt{9,5 - 3\sqrt{2}} = 3 - \frac{1}{2\sqrt{1}}\sqrt{2}$?
2. Uzasadnij, że liczba $3^{12} + 3^{13} + 3^{14} + 3^{15}$ jest podzielna przez 120.
3. Z miejscowości A do miejscowości B wychodzi piechur, który całą drogę przebywa w ciągu a minut. Jednocześnie z B do A wychodzi drugi piechur, który na przejście całej drogi zużywa b minut. Po ilu minutach piechurzy się spotkają?
4. Udowodnij, że różnica czwartych potęg dwóch liczb, z których pierwsza przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, a druga resztę 4, jest wielokrotnością liczby 5.
5. Suma dwóch liczb jest równa $\sqrt{10}$ a ich różnica $\sqrt{6}$. Ile wynosi ich iloczyn?
6. Gdy grupę chłopców i dziewcząt opuściło 15 dziewcząt, to chłopców było dwa razy więcej niż dziewcząt. Następnie z grupy odeszło 45 chłopców i wówczas dziewcząt było pięć razy więcej niż chłopców. Ile dziewcząt było na początku?
7. W sali widowiskowej jest 320 miejsc w rzędach o tej samej ilości miejsc. Gdyby do każdego rzędu dostawić 4 krzesła i jeszcze jeden rząd, to w sali byłoby 420 miejsc. Ile rzędów jest w sali?
8. Ile jest dziewiątek w zapisie dziesiętnym liczby 999 999 999?
9. Handlarz zakupił towar w hurtowni, sprzedał go po wyższej cenie i jego czysty zysk wyniósł $p\%$ tego co zapłacił w hurtowni. Gdyby handlarz zapłacił w hurtowni za ten towar o 8% mniej i sprzedał go za tyle samo co poprzednio, to jego czysty zysk wyniósłby $(p + 10)\%$ tego co zapłacił w hurtowni po obniżonej cenie. Oblicz p .
10. Jaką masę musi mieć piankowa deska pływacka, aby utrzymać na powierzchni wody pływaka o wadze 45 kg? Przyjmij, że gęstość ciała ludzkiego to $1,1 \text{ kg/dm}^3$, gęstość piankowej deski to $0,15 \text{ kg/dm}^3$, a gęstość wody 1 kg/dm^3 .
11. Aby zwiększyć stężenie roztworu soli tak by roztwór ten miał stężenie 20%, należy dosypać do niego 0,4 kg soli. Ten sam efekt można uzyskać odparowując pewną ilość wody. Jaką masę wody należy odparować?
12. Do czterech naczyń rozlano wodę. Do pierwszego zmieściła się $\frac{1}{3}$ całej wody. Do drugiego nalano $\frac{3}{5}$ tego co zostało. Z tego co zostało wiano $\frac{5}{8}$ do trzeciego naczynia. Pozostałe 6 litrów wiano do czwartego naczynia. Ile litrów wody rozlano łącznie do wszystkich naczyń.
13. Do zbiornika w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 20dm, 10dm, 10m wiano 5000 dm^3 mleka o zawartości 3,4% tłuszczu, resztę dopełniono mlekiem o zawartości 4,2% tłuszczu. Ile procent tłuszczu zawiera mleko w zbiorniku?
14. Wiedząc, że:

$$\frac{a+b}{b} = \frac{1}{4} \quad \text{oblicz wartość } \frac{3a}{a+b}$$
15. Liczby dodatnie a, b, c, d są takie, że pierwiastek trzeciego stopnia z abc równa się 4, a pierwiastek czwartego stopnia z abcd wynosi $2\sqrt{10}$. Oblicz wartość liczby d.
16. Ojciec ma 40 lat a syn 10. Za ile lat ojciec będzie n razy starszy od syna, gdzie n jest liczbą naturalną.
17. Jeżeli liczbę dwucyfrową podzielimy przez sumę jej cyfr, to otrzymamy 6 i resztę 3. Jeśli natomiast podzielimy tę liczbę przez sumę jej cyfr powiększoną o 2, to otrzymamy 5 i resztę 5. Jaka to liczba?
18. Po meczu część kibiców odjechała sześcioma autobusami (w każdym autobusie było tyle samo osób). Pozostali, a było ich o 15% więcej niż tych, co odjechali, poszli pieszo. Ilu było

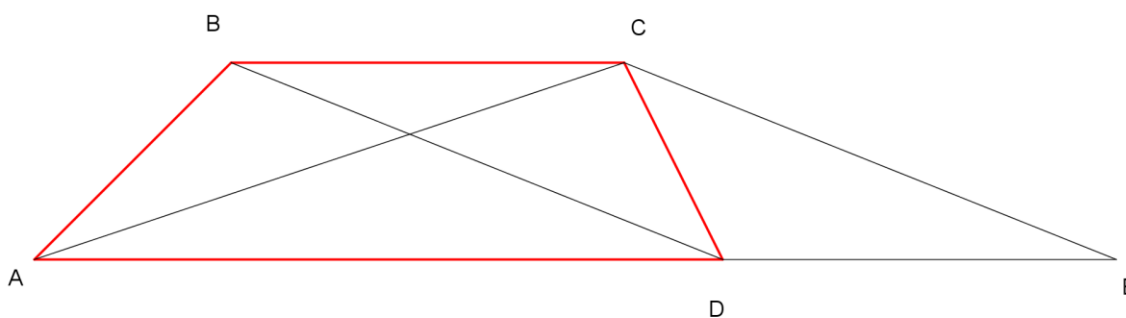


kibiców, jeżeli wiemy, że na meczu było nie więcej niż 400 osób a autobusami odjechało więcej niż 150 osób.

19. W fabryce wyprodukowano w ciągu 30 dni 600 piłek realizując 30% zamówienia. O ile procent należy zwiększyć dzienną produkcję, aby w ciągu następnych 56 zakończyć realizację zamówienia.
20. Prostokąt ma pole 120 cm^2 i obwód 46 cm . Jakie są długości jego przekątnych?
21. Na rysunku przedstawiono prostokąt o wymiarach 6×12 i współśrodkowy z nim okrąg. Krótsze boku prostokąta są styczne do okręgu. Oblicz pole części wspólnej tych figur.



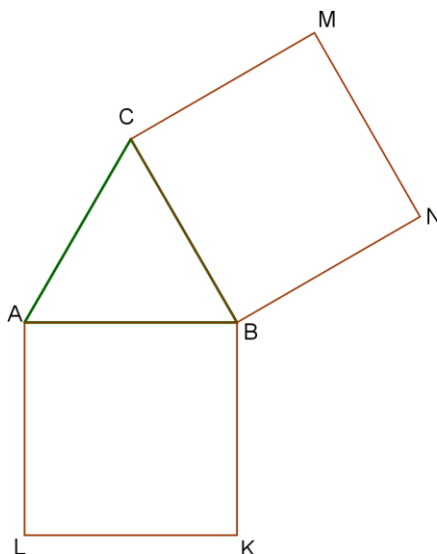
22. Uzasadnij, że suma długości przekątnych wychodzących z tego samego wierzchołka sześciokąta foremnego jest mniejsza od obwodu tego sześciokąta
23. Znajdź długość odcinka prostopadłego opuszczonego ze środka boku prostokąta 3×4 na jego przekątną.
24. Na rysunku $BC \parallel AE$, $BD \parallel CE$. Udowodnij, że pole trapezu $ABCD$ jest równe polu trójkąta AEC .



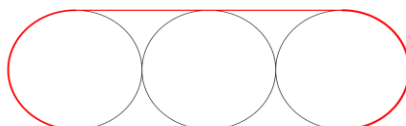
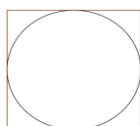
25. Na bokach AB i BC trójkąta równobocznego ABC zbudowano kwadraty. Ile jest równa miara kąta CNK ?

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE
rok szkolny 2015/2016



26. Pole przedstawionego na rysunku kwadratu jest równe a , pole każdego z kół jest równe b .
Jakie jest pole ograniczone pogrubioną linią?



27. Promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny jest równy 2, a promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy 6,5. Oblicz obwód tego trójkąta.
28. Mrówka przeszła po powierzchni sześcianu z wierzchołka A do wierzchołka będącego drugim końcem przekątnej wychodzącej z wierzchołka A , przy czym była to droga najkrótsza. Narysuj siatkę sześcianu i oblicz odległość, jaką pokonała mrówka, jeżeli krawędź sześcianu ma długość $\sqrt{5}$.
29. Kontener wypełniono towarem do $\frac{2}{3}$ objętości, a potem wystawiono towar o objętości równej 0,2 objętości konteneru. Okazało się, że towar zajmuje 36m^3 . Ile m^3 towaru należy wstawić, aby kontener był pełen?
30. Z osiemnastu jednakowych sześcianów, każdy o $P_c 19\text{cm}^2$, zbudowano powierzchnię całkowitą tego prostopadłościanu?
31. Oblicz objętość sześcianu wiedząc, że zwiększenie jego krawędzi o 1cm powoduje zwiększenie powierzchni o 66cm^2 .

VII POWIATOWY KONKURS MATEMATYCZNY SZKÓŁ GIMNAZJALNYCH

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE rok szkolny 2015/2016



32. Sok wyciśnięty z obranego ze skórki grejpfruta to 80% jego objętości. Sokiem tym napełniono dwa puchary w kształcie stożka o promieniu podstawy 5cm i wysokości 6cm. Oblicz średnicę obranego ze skórki grejpfruta. Podaj wynik przybliżony.
33. W sześcienniej skrzyni była żelazna kula, która dotykała wszystkich ścian skrzyni. W drugiej skrzyni tego samego kształtu było sześć kul żelaznych o średnicy dwa razy mniejszej, niż średnica pierwszej kuli. W trzeciej skrzyni było 27 kul o średnicy trzy razy mniejszej niż kula w pierwszej skrzyni. Która ze skrzyń z kulami była najcięższa?
34. Karton o pojemności 1 litra jest częściowo wypełniony sokiem. Gdy stoi na ścianie o najmniejszym polu, poziom soku sięga do wysokości 8cm, gdy na średniej ścianie – sok osiąga poziom 4cm, gdy zaś na największej – sok sięga do wysokości 2cm, Jaka jest objętość soku w kartonie?
35. W pojemniku o kształcie walca o promieniu podstawy $R = 8$ umieszczono dwie kule o promieniu $r = 5$, w ten sposób, że są do siebie styczne i każda z nich dotyka powierzchni bocznej walca, jak na rysunku. Jaka co najmniej musi być wysokość pojemnika, aby kule całkowicie się w nim mieściły. Oblicz objętość tego walca.
36. Szklanekę w kształcie walca o średnicy denka 6cm i wysokości 9cm napełniono całkowicie wodą. Następnie przechylono tak, że jedna trzecia wody wylała się. O jaki kąt przechylono szklanekę?

LITERATURA:

„Na olimpijskim szlaku” zadania dla kółek matematycznych w szkołach podstawowych i gimnazjach H.Pawłowski,
„Liga zadaniowa”- zbiór zdań dla uczniów zainteresowanych matematyką Z.Bobiński, P. Nodzyński, M.Uscki
„Koło Matematyczne w Gimnazjum”- Z. Bobiński; P. Nodzyński; M. Uscki